

## Математика и практика инвариантов цветовых пространств на примере определения баланса по серому для цифровой печатной системы

Д.А. Тарасов<sup>1</sup>, О.Б. Мильдер<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург, Россия

### Аннотация

В современной полиграфии большое число задач связано со взаимной трансформацией цветовых пространств. В частности, наиболее часто встречается пара аппаратно-зависимых цветовых пространств RGB и CMYK, взаимное преобразование цвета в которых неоднозначно, что создает существенные проблемы при цветовоспроизведении. Для решения этой проблемы мы предлагаем использовать инварианты цветовых пространств – градиционные траектории и градиционные поверхности, которые представляют собой аналоги градиционных кривых для исходных колорантов и их бинарных наложений, построенные в абсолютном цветовом пространстве CIE Lab. Инварианты вводятся на основе математического аппарата дифференциальной геометрии пространственных кривых и поверхностей. Практическое применение инвариантов цветовых пространств сопряжено с определенными трудностями, связанными с их сложным аналитическим описанием, кроме того, для большинства практических задач высокая точность модели является избыточной. Для практического применения инвариантов мы предлагаем более простой подход, использующий естественную дискретизацию цвета в цифровых печатных системах. В качестве примера приводится процедура определения баланса по серому для электрофотографической печатной машины.

**Ключевые слова:** баланс по серому, градиционные траектории, градиционные поверхности, цифровая печать.

**Цитирование:** Тарасов, Д.А. Математика и практика инвариантов цветовых пространств на примере определения баланса по серому для цифровой печатной системы / Д.А. Тарасов, О.Б. Мильдер // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 1. – С. 117-126. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-580.

**Citation:** Tarasov DA, Milder OB. Mathematics and practice of color space invariants by the example of determining the grey balance for a digital printing system. Computer Optics 2020; 44(1): 117-126. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-580.

### Введение

В настоящее время работа с цифровыми изображениями в основном сосредоточена в виртуальном пространстве. Лишь небольшая часть цифровых изображений попадает на бумагу в виде оттисков. Это связано со значительным прогрессом в обработке, коррекции и модификации цифровых изображений, предназначенных для использования в Интернете и других виртуальных средах, с лавинообразным ростом количества общедоступных цифровых изображений и со все большей доступностью «гаджетов», обладающих прекрасными характеристиками цветовоспроизведения. В полиграфии прогресс, возможно, не такой впечатляющий, но современные методы цифровой печати, использующие актуальные алгоритмы и методы коррекции цвета, позволяют воспроизводить фотореалистичные отпечатки практически на любой подложке. Отсутствие научных работ в этой области в последние годы указывает на то, что практики в основном полагаются на известные результаты. Тем не менее разработка передовых методов цифровой обработки изображений для печати и репродуцирования продолжается. Основными задачами новых методов обработки изображений являются

скорость, простота и возможность внедрения в существующие рабочие процессы. Прежде всего, это касается традиционной 4-цветной печати на бумаге.

В цветовоспроизведении баланс хроматически нейтральных (серых) тонов играет ключевую роль в качестве мощного инструмента, который уравнивает соотношение свойств подложки, возможностей системы печати и характеристик красителей. Он обеспечивает точность переноса ахроматического компонента исходного изображения с помощью цветных чернил на отпечаток и направлен на регулировку подачи цветов, сокращение количества использованных чернил и прогнозирование результирующего цвета при печати.

Баланс по серому часто смешивают с технологией GCR (*Gray Component Replacement* – замена серого компонента), которая заменяет хроматические цвета черным. Если рассмотреть упрощенно, его основная цель – сократить потребление дорогих хроматических чернил и снизить общее покрытие чернил (*Total Ink Coverage*, TIC) в целом. Однако чрезмерный энтузиазм по поводу этой техники может привести к снижению контрастности и изменению цвета отпечатка. Чтобы соотнести пониженный TIC с относительно высоким уровнем GCR при обработке ахроматиче-

ских областей изображения, часто требуется дополнительная подкраска (*Under Color Addition*, UCA) и некоторые другие методы [1]. Технология GCR успешно применяется как в традиционной офсетной, так и в цифровой печати [2]. Кроме того, с учетом GCR даже были созданы системы управления цветом на основе ICC (*International Color Consortium*) профилей [3]. Однако, поскольку данный метод использует только замену красителей в соответствии с определенным алгоритмом и не учитывает процесс балансирования процентного содержания красителей для достижения визуальной нейтральности серого тона, проблема эквивалентного количества хроматических красителей на отпечатке, обеспечивающих взаимный баланс цветов, никуда не исчезает.

Нейтральный серый тон из-за разницы в восприятии цвета может по-разному оцениваться разными людьми, что указывает на определенную проблему, поскольку, даже будучи частично решенным, например, на уровне профилей ICC [4], проблема различия между визуальной и инструментальной оценкой не позволяет провести однозначную настройку цвета.

При обработке цифровых изображений основополагающим моментом при оценке и исправлении цветовых ошибок является цветность первичных цветов цветового пространства [5]. Однако использование аппаратно-зависимых цветовых пространств (например, RGB) в таких оценках без указания колориметрической информации об этих цветах ошибочно. Безусловно, удобнее базироваться на информации об абсолютном цвете, используя для расчетов пространства CIE XYZ или *Lab* (CIE – Международная комиссия по освещению). Пространство CIE XYZ не является равноконтрастным по восприятию, в то время как пространство CIE *Lab* считается перцепционно равномерным, и поэтому именно оно является стыковочным при выполнении колориметрических расчетов. Благодаря особенностям расчета, цветовое пространство CIE *Lab* однозначно выражает воспринимаемый цвет в виде трех числовых значений:  $L^*$  для яркости,  $a^*$  для зелено-красных и  $b^*$  для сине-желтых цветовых компонентов.

Общепринято, что визуальная и/или инструментальная оценка нейтральных серых цветов является эффективным методом управления цветовым балансом для четырехкрасочной печати на основе измерений координат CIE *Lab* [6]. Однако сами параметры баланса по серому являются предметом споров. Наиболее часто используется стандартная схема сочетаний колорантов для баланса по серому  $C = M = Y$ . Тем не менее визуально нейтральный серый цвет обычно достигается за счет сочетания разного процентного содержания красителей [7]. Например, для 7% плашки  $C7\%+M5\%+Y6\%$ , а для 80% плашки  $C80\%+M74\%+Y66\%$ . В идеологии группы G7 [8, 9] баланс серого в средних тонах определяется по степени достижения хроматических CIE *Lab* координат

$a^*=0$  и  $b^*=-1$  на стандартной подложке с параметрами  $L^*=95$ ,  $a^*=0$  и  $b^*=-2$ . В частности, для 50% черного цвета он определяется как  $C50\%+M39\%+Y39\%$  или  $C50\%+M40\%+Y40\%$ . Несомненно, эти результаты зависят также и от печатного оборудования. В целом, единого стандартного подхода к оценке баланса серого не существует.

Установка баланса по серому является частью процесса калибровки. Калибровка цветового устройства – это процесс достижения и поддержания желаемого цветового отклика. Для принтеров калибровка обычно достигается с помощью кривых тонопередачи (TRC), применяемых к каждому цветовому каналу. В частности, TRC могут быть созданы либо для баланса серого, либо для плавного воспроизведения отдельных цветовых шкал, но не для обеих целей одновременно.

Баланс по серому может работать вместе с различными моделями прогнозирования цвета, встроенными в системы управления цветом [10–14]. Их главный недостаток заключается в том, что все они трудоемки и вычислительно емки, поскольку  $n$  красителей обычно требуют решения системы из  $n^2$  уравнений; следовательно, они едва ли могут быть вовлечены в реальный рабочий процесс. Более того, поскольку большинство подходов основаны на эмпирических соотношениях, точность прогнозов некоторых оттенков спектра отражения остается относительно низкой. Тем не менее к настоящему времени разработано большое количество разнообразных эмпирических подходов.

Наш подход также во многом можно считать эмпирическим. В предыдущих статьях мы предложили градационные траектории как трехмерный вариант кривых воспроизведения тона в пространстве CIE *Lab* [15–17]. Исходной информацией для построения траекторий является не оптическая плотность плашек градационной шкалы, а координаты CIE *Lab* некоторого тестового набора цветовых плашек. Фактически, любая градационная шкала конкретного красителя соответствует единственной градационной траектории. Свойства цветового канала определяются характеристиками градационной траектории, в частности, длиной дуги, кривизной и кручением [18].

Поскольку любой цвет однозначно описывается трехкомпонентным вектором в 3D-пространстве CIE *Lab*, можно определить его метрику. Метрикой пространства является цветовая разность  $dE$  (или  $\Delta E$ ), которая определяется по меньшей мере как евклидова, хотя существуют и более сложные модификации этой формулы [19]. Наличие метрики в смысле способа измерения расстояний превращает цветовое пространство в метрическое. Представляется бесполезным использование метрического пространства исключительно для определения значения цветового различия. Изучение поведения специальных линий и поверхностей цветового пространства позволяет рассмотреть управление цветом с новой точки зрения.

Уникальные характеристики градационных траекторий, удобство их квантования на любой основе и несложный аппарат их аппроксимации позволяют расширить их на управление балансом серого.

Известно, что цветовой треугольник Максвелла как сочетание цветов в виде треугольника, основанное на аддитивной комбинации основных цветов по его углам, базируется на законе Грассмана, который является эмпирическим результатом восприятия цвета человеком. Однако он работает только для аддитивного синтеза цвета. Главная особенность треугольника заключается в следующем: путем объединения равных частей основных цветов получается нейтральный серый. На основании различных стандартов печати можно утверждать, что это правило не работает для процессных цветов (CMY). В случае печатных красителей их парные двойные наложения (бинары) соответствуют аддитивным основным цветам (RGB). Поскольку пространства RGB и CMYK зависят от устройства воспроизведения, между ними не существует простого или общего уравнения преобразования. Мы предложили способ разработки такого преобразования на основе идей градационных траекторий и в качестве расширения подхода для двойного наложения двух красителей (например, градационные поверхности [20]).

Цель данной работы – обсудить сложность аналитического описания градационных инвариантов цветовых пространств (траекторий и поверхностей) в общем виде и рассмотреть значительное упрощение вычислительных процедур в частном случае цифровой печати на примере расчета баланса по серому.

### 1. Математика градационных инвариантов

Напомним понятия градационных траекторий и градационных поверхностей. Градационная траектория (рис.1) – это геометрическое место точек в пространстве CIE Lab, координаты которых соответствуют результатам измерения CIE Lab координат полей отпечатанной градационной шкалы каждого из колорантов (CMYK). Мы предполагаем, что доля тона в макете обозначается как параметр  $t$  в диапазоне от 0 (бумага) до 1 (полная закрашка). Следовательно, траектория может быть аналитически описана полиномами  $k$ -й степени (1), если цвет непрерывно изменяется в соответствии с непрерывным приращением  $t$ . В нашем случае  $k = 4$ .

Кроме того, мы далее представили градационные поверхности как расширение этого подхода (рис. 2). Градационная поверхность двойного наложения красителей представляет собой гипотетическую поверхность в CIE Lab пространстве, которая «растянута» между парой градационных траекторий, описывающих исходные колоранты. Расширяя концепцию градационных траекторий, мы определяем градационную поверхность как геометрическое место точек в пространстве CIE Lab, где координаты соответствуют

измеренным CIE Lab координатам отдельных фрагментов отпечатанной полутоновой шкалы двойных наложений от 0 (незапечатанная подложка) до 2 (полное наложение двух красителей) в любых сочетаниях первичных колорантов, формирующих данный бинар. При этом доля тона каждого из первичных колорантов изменяется в диапазоне  $[0; 1]$ . Например, поверхность синих оттенков «натянута» на градационные траектории голубого и пурпурного цветов.

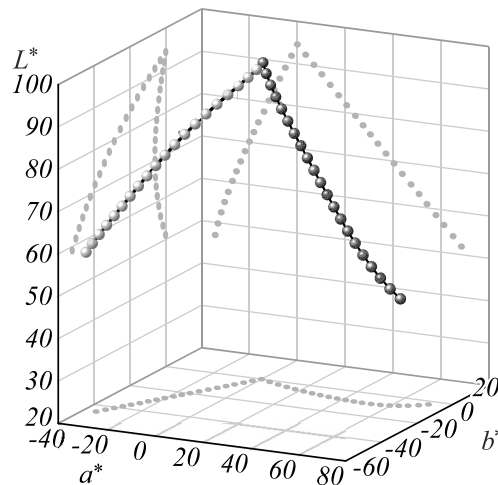


Рис. 1. Две градационные траектории (чёрные и серые сферы) и их проекции (точки)

По аналогии с градационной траекторией, градационная поверхность также выражается полиномом  $k$ -й степени (2). В нашем случае  $k$  также равно 4.

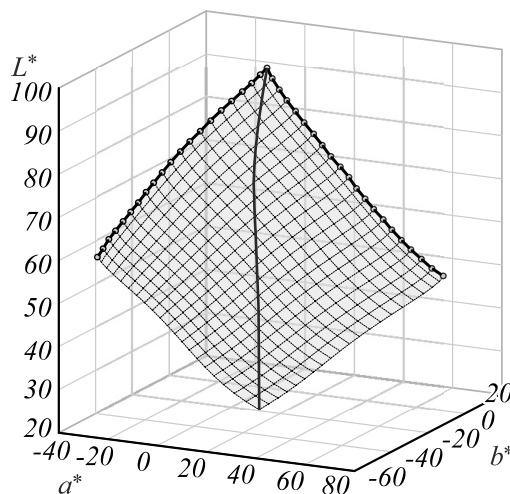


Рис. 2. Градационная поверхность, «натянутая» на траектории, центральная линия – геодезическая

Уравнения (2) для координат  $a^*$  и  $b^*$  представляют собой разложение координатных функций в ряды Тейлора вблизи точки, соответствующей цвету подложки. Координата  $L^*$  является убывающей функцией на отрезке, ограниченном сверху и снизу, в предположении, что бумага является самым ярким объектом, а бесконечный слой чернил – самым темным объектом. Поэтому его описание убывающей экспонентой представляется логичным.

$$\left\{ \begin{array}{l} t \in [0; 1], \\ a(t) = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i t^i, \\ b(t) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i t^i, \\ L(t) = (L_0 - L_\infty) \exp\left(-\sum_{i=1}^3 L_i t^i\right) + L_\infty, \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m, n \in [0; 1], \\ a(m, n) = a_0 + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=0}^i a_{i-j, j} m^{i-j} n^j, \\ b(m, n) = b_0 + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=0}^i b_{i-j, j} m^{i-j} n^j, \\ L(m, n) = (L_0 - L_\infty) \times \\ \times \exp\left(-\sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^i L_{i-j, j} m^{i-j} n^j\right) + L_\infty, \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $L_{i,j}$ ,  $a_{i,j}$ ,  $b_{i,j}$  – некоторые численные коэффициенты,  $L_0$ ,  $a_0$ ,  $b_0$  – CIE *Lab* координаты незапечатанной подложки,  $L_\infty$  – визуальная яркость гипотетического сплошного слоя красителя бесконечной толщины,  $t$  – рецептура красителя в макете,  $(m, n)$  – рецептура двойного наложения (в долях, процентах или цветовых «квантах» для случая цифровых печатных систем). Концепция «цветовых квантов» будет рассмотрена ниже.

В [20] мы показали, что идеальной линией бинара является геодезическая на градиционной поверхности между точками  $(0, 0)$  и  $(1, 1)$ . Геодезическая линия является аналогом прямой линии на плоскости для поверхности, то есть прямой линии, которая по кратчайшему пути соединяет две точки на поверхности. Основное свойство геодезической линии: на любом достаточно маленьком участке поверхности, проходящем через две точки, можно провести только одну дугу геодезической линии, так же как на плоскости, проходящей через две точки, можно провести только одну прямую линию. Следует отметить, что любая кратчайшая линия на поверхности является геодезической, но не каждая геодезическая является кратчайшей.

Во избежание терминологической путаницы уточним понятие бинара. Для случая СМΥК-печати бинар есть такое соотношение рецептур двух первичных колорантов автотипного цветосинтеза, которое порождает корректный по какому-либо критерию первичный колорант аддитивного цветосинтеза (RGB). Произвольное соотношение рецептур двух любых первичных СМΥК-колорантов формирует в CIE *Lab* пространстве поверхность, которая обязательно содержит соответствующий бинар как геодезическую линию.

Мы можем определить геодезические в общем виде. В нашем случае мы рассматриваем фрагмент регулярной поверхности В (как, например, Blue = Cyan + Magenta). Первая основная квадратичная форма поверхности В выражается соотношениями (3).

$$\left\{ \begin{array}{l} dB^2 = E(m, n) \cdot dm^2 + \\ + 2F(m, n) \cdot dm \cdot dn + G(m, n) \cdot dn^2, \\ E(m, n) = \left(\frac{\partial a}{\partial m}\right)^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial m}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial m}\right)^2, \\ G(m, n) = \left(\frac{\partial a}{\partial n}\right)^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial n}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial n}\right)^2, \\ F(m, n) = \frac{\partial a}{\partial m} \cdot \frac{\partial a}{\partial n} + \frac{\partial b}{\partial m} \cdot \frac{\partial b}{\partial n} + \frac{\partial L}{\partial m} \cdot \frac{\partial L}{\partial n}. \end{array} \right. \quad (3)$$

Участок регулярной поверхности В с заданной первой основной формой является двумерным римановым пространством, отнесенным к координатам  $(m, n)$ . Если рассматривать поверхность как риманово пространство, то на ней можно определить векторы, тензоры, скалярные произведения и ковариантное дифференцирование [21].

Чтобы записать явную форму дифференциального уравнения, решением которого является геодезическая, необходимо рассмотреть первую квадратичную форму (3) и на её основе определить трёхиндексные символы Кристоффеля ( $\Gamma_{jk}^i$ ) (4).

Таким образом, для любой геодезической  $n = n(m)$  соответствующая функция  $m(n)$  удовлетворяет дифференциальному уравнению (5). Градиционной траекторией любого бинара является кривая в пространстве CIE *Lab*, содержащая два узла  $(m, n) = (0, 0)$  в качестве чистого субстрата и  $(m, n) = (1, 1)$  в качестве полного двойного наложения.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_{11}^1 = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array} \right\}_B = \frac{GE_m - FF_m + FE_n}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{11}^2 = \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right\}_B = \frac{-FE_m + 2EF_m - EE_n}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{12}^1 = \Gamma_{21}^1 = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right\}_B = \frac{GE_n - FG_m}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \right\}_B = \frac{EG_m - FE_n}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{22}^1 = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right\}_B = \frac{-FG_n + 2GF_n - GG_m}{2(EG - F^2)}, \\ \Gamma_{22}^2 = \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \right\}_B = \frac{EG_n - 2FF_n + FG_m}{2(EG - F^2)}. \end{array} \right. \quad (4)$$

Кривая должна лежать на поверхности двойных полутонов. Таким образом, градиционная траектория бинара является геодезической, удовлетворяющей

уравнению (5) с граничными условиями  $n(0)=0$ ,  $n(1)=1$ .

$$\frac{d^2n}{dm^2} = \Gamma_{22}^1 \cdot \left(\frac{dn}{dm}\right)^3 + [2\Gamma_{12}^1 - \Gamma_{22}^2] \cdot \left(\frac{dn}{dm}\right)^2 + [\Gamma_{11}^1 - 2\Gamma_{12}^2] \cdot \frac{dn}{dm} + \Gamma_{11}^2. \quad (5)$$

Решение такого уравнения довольно трудоемко. Мы решали уравнение (5) с указанными граничными условиями численно, используя пакет Matlab, что занимало не менее 20 минут машинного времени. В то же время полученное численное решение не может считаться устойчивым. При подготовке модели требовалась длительная процедура выбора параметров, и не каждое вычисление приводило к результату. Это недопустимо в реальном рабочем процессе. Кроме того, высокая точность, достигаемая во время вычислений, вообще не требуется, поскольку в реальных процессах печати присутствуют ошибки воспроизведения и измерения, что определяет уровень точности.

Тем не менее эксперимент показал, что поверхность двойных наложений, расчерченная геодезическими, позволила обеспечить равное изменение тона в любом направлении. Можно отметить значимость этого результата для высокоточных колориметрических расчетов откликов современных и перспективных систем печати с широким диапазоном цветов и расширенным числом (более четырех) исходных красителей. Однако для практического применения можно использовать более простой подход, который использует естественное квантование цвета в системах цифровой печати.

## 2. Использование дискретизации

В печатных системах первоначальная настройка цвета на основе характеристики осуществляется путем равномерного распределения градаций тонов вдоль TRC. Дискретизацию цвета цифровых печатных систем можно использовать для упрощения вычислений. Это, в частности, нашло отражение в подходе, основанном на дискретных градационных траекториях [18]. Было бы логично расширить этот принцип и на двойные полутоновые наложения.

Системы цифровой обработки изображений обеспечивают глубину цвета не менее 8 бит на цветовой канал, следовательно, существует  $2^8=256$  возможных оттенков на каждый первичный колорант. Рецепты полутонов, достижимые в данной цифровой системе печати, находятся в узлах виртуальной сетки, которые образуют  $2^{16}=65536$  возможных полутонов выбранной пары красителей. Следует отметить, что реальное число воспроизводимых полутонов немного меньше  $2^{16}$ , поскольку характеристика печатной системы в том числе ограничивает подачу краски (особенно в струйной печати) за счет глубины цвета. Тем не менее число градаций достаточно велико, чтобы

считать изменение полутонов непрерывным. Каждый воспроизводимый тон имеет свою собственную рецептуру  $(m, n)$  и набор координат CIE Lab.

Единичное изменение  $(m, n)$  вызывает меньшее изменение координат CIE Lab.

Таким образом, тональная шкала принимает значения из определенного дискретного ряда, который отражает характер дискретизации цвета в цифровой печати. Минимально возможное изменение тона мы будем называть *цветовым квантом* системы печати. Реальные значения доли тона из-за такого квантования должны быть преобразованы согласно формуле (6).

$$t_{fact} = \frac{uint8 \cdot (t_{des} \times 255)}{255}, \quad (6)$$

где  $t_{des}$  – желаемая доля тона,  $t_{fact}$  – в действительности реализуемая доля тона,  $uint8$  – функция Matlab для округления целого (integer) в диапазоне 0–255 (8-битное целое). Таким образом, каждый компонент рецептуры патча  $(m, n)$  округляется до 8-битного целого числа, которое образует узел в сетке цветовых квантов, заменяя начальный процент цвета в макете.

Поскольку градационная поверхность двойных наложений 8-разрядных принтеров представлена 65536 полутонами, включая подложку и двойное полное наложение колорантов, представляется целесообразным также найти и дискретное приближение двоичной траектории (геодезической). Следующий шаг позволяет не только ввести квантование геодезической, но и существенно упростить ее определение, избавившись от громоздких вычислений.

Введем фиктивный параметр  $p = m + n$  вместо пары  $(m, n)$ . Параметр выражается в цветовых квантах и принимает дискретные значения из последовательности  $[0; 1; 2; \dots; 510]$ . Каждому  $p$  соответствует 1...256 точек геодезической, например:

$$p = 50 \leftrightarrow (m, n) = \{(0, 50); (1, 49); \dots; (50, 0)\}.$$

В этом наборе определено будет одна (и только одна) точка, принадлежащая геодезической.

Главной особенностью градационной поверхности является отрицательный градиент при увеличении  $p$ . Другими словами, увеличение  $p$  означает уменьшение  $L^*$ . Исходя из этой особенности, для каждого  $p$  мы выбрали пару  $(m, n)$  с минимальной суммой расстояний до подложки и двойного полного наложения с точки зрения цветовой разницы  $dE_{2000}$  (7). Использование метрики цвета  $dE_{2000}$  также означает применение для расчетов цветового пространства LCH. Массив выбранных пар  $(m_g, n_g)$  формирует рецептуры геодезических соответствующих двойных наложений.

$$(m_g, n_g) = \arg \min_p \left\{ dE_{2000}(Paper, GS(p)) + dE_{2000}(Full mn, GS(p)) \right\}. \quad (7)$$

Используя (2), мы восстанавливаем координаты CIE Lab градиционных траекторий по их рецептурам. Каждая геодезическая соответствует определенному бинару и может выступать в качестве компонента баланса серого. Мы предполагаем, что баланс серого цвета представлен эквивалентными (по некоторым критериям) значениям количества красителей. Эквивалентность может быть достигнута либо в равной яркости ( $L^*$ ), либо в равной координате насыщенности  $C$  (в пространстве  $LCH$ ), кроме того, в качестве критерия можно использовать равную длину градиционной траектории. Перечисление всех возможных составов ( $m, n$ ) и связанных с ними цветовых характеристик в вычислительном отношении является более предпочтительным, чем вычисление геодезической по уравнению (5). Вот почему мы считаем описанный дискретный подход более перспективным для использования в реальных рабочих процессах, и электрофотографические печатные машины могут служить подходящим полигоном для его экспериментальной проверки.

### 3. Эксперимент

Для экспериментальной проверки применимости теории градиционных поверхностей в дискретном виде для настройки баланса по серому цифровых электрофотографических печатных систем был проведен натурный эксперимент. В качестве печатной системы использовалась 4-красочная (CMYK) электрофотографическая печатная машина Konica-Minolta Bizhub Pro C6000L, разрешение печати  $1200 \times 1200$  dpi, RIP EFI Fiery IC-306, управление цветом при проведении эксперимента было отключено. Бумага для печати: Moorim Neo Star Matt coated,  $140 \text{ г/м}^2$ . Система печати использует стандартную комбинацию из 4 цветов (CMYK), поэтому пары  $(m, n)$  могут быть описаны, как показано в (8). Условие (8) означает, что в рецептуре CMYK значение черного всегда равно 0, а из трех оставшихся хроматических каналов в любой возможной рецептуре задействовано только два. Алгоритм проведения эксперимента показан на рис.3.

$$(m, n) = \begin{cases} R|(M, Y) \\ G|(C, Y) \\ B|(C, M) \end{cases} \quad (8)$$

В соответствие с условием (8) создается таблица тестовых рецептур. При помощи пакета ProfileMaker создается файл изображения тестовой шкалы в формате tiff, пригодный для дальнейшего использования автоматического спектрофотометра X-Rite iSis. Указанная шкала распечатывается и измеряется спектрофотометром. Протокол измерений содержит данные о порядковом номере и месте расположения на шкале каждого патча, а также его рецептуре CMYK и спектральном коэффициенте отражения в диапазоне длин волн  $380 - 730 \text{ нм}$  с интервалом  $10 \text{ нм}$ . Спектрофото-

метр автоматически пересчитывает спектральные данные в координаты CIE Lab с использованием модели стандартного  $2^\circ$  наблюдателя и источника освещения D50.

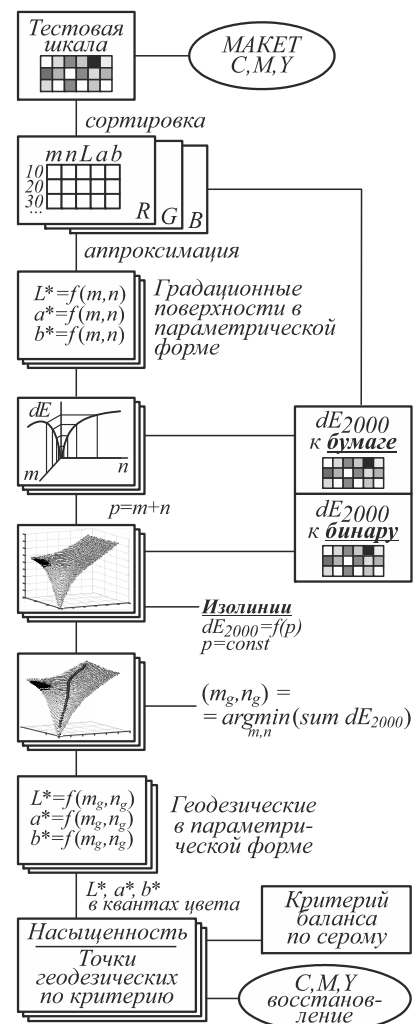


Рис. 3. Алгоритм эксперимента

Измеренные значения сортируются согласно исходным бинарам ( $R=M+Y$ ,  $G=C+Y$ ,  $B=C+M$ ) и аппроксимируются функциями (2) рецептур  $(m, n)$ . Затем рассчитываются цветовые различия  $dE_{2000}$  каждого патча от цвета бумаги и строится поверхность цветовых различий  $dE_{2000}=f(m, n)$  для каждой пары колорантов (и, соответственно, бинара).

Для дальнейших вычислений вводится фиктивный параметр  $p=m+n$ . Для каждого бинара находятся т.н. *изолинии*  $dE_{2000}(m, n)=f(p)$ ,  $p=const$ , принадлежащие соответствующей поверхности  $dE_{2000}=f(m, n)$ . На каждой изолинии определяется точка, соответствующая минимальной сумме цветовых различий до бумаги и до полного двойного наложения колорантов соответственно. Данные точки формируют дискретную геодезическую на соответствующей поверхности, которая записывается в параметрической форме. Цветовые координаты соотносятся с цветовыми квантами. В каждой точке геодезической определяется ее цветность (*saturation*). Далее

определяется критерий оценки баланса по серому и для каждого из выбранных критериев определяются соответствующие эквивалентные точки геодезической. Для данных рецептов геодезических восстанавливается процент исходных колорантов (СМУ).

Поскольку 8-битные системы печати имеют ограниченный набор из 255 способов генерации комбинаций цветового тона для каждого цветового канала, мы учитываем это на этапе формирования цветовой шкалы. Мы предполагаем, что доля тона должна принимать значения из дискретного ряда (например, 0; 0,05; 0,1 ... 0,95; 1), следовательно, их действительные значения должны быть округлены до 8-разрядного целого числа и преобразованы в цветовые кванты в соответствии с формулой дискретизации (6). Числитель в (6) является выражением цветового тона в цветовых квантах. Применение формулы (6) фактически является обратным. То есть мы устанавливаем значение тона равными долями от 255, чтобы значения тона, заданные в макете, соответствовали 8-битному целому числу. Также следует отметить, что не каждая рецептура может быть воспроизведена с произвольной дискретизацией шкалы, однако использование предложенного подхода на основе цветовых квантов позволяет избежать ошибок установки тона, связанных с переходом от десятичной системы к 8-битной.

Обратите внимание на существенную проблему определения взаимного соответствия между различными используемыми базами цветовых описаний. Цветовая рецептура может быть указана одним из трех возможных способов. Во-первых, обычно, в процентах; во-вторых, в долях, что дает меньшую погрешность при определении коэффициентов в функциях (2); и в-третьих, во введенных цветовых квантах. Выражение цветового тона в квантах является основным с точки зрения глубины цвета системы печати и является предпочтительным. Какой бы способ спецификации цвета не был выбран, уравнение (6) позволяет установить однозначную связь между ними.

Тестовые шкалы были синтезированы с использованием ChartGenerator в MeasureTool в пакете ProfileMaker для автоматического спектрофотометра X-Rite i1 iSis. Тестовая таблица содержала 1152 фрагмента репродукции тона, что соответствует приращению тона 15/17 квантов для каждого красителя, образующего двойную поверхность. Переменное квантование использовалось для границ бинарных поверхностей (когда один из красителей из пары принимает значение 0 или 1). Внутри поверхности для каждого из первичных красителей было выполнено увеличение тона на 15 квантов.

Для оценки ошибки аппроксимации на одном листе были размещены 2 одинаковые шкалы со смешанными патчами, кроме того, были распечатаны 2 листа со взаимно перевернутыми шкалами. С помощью MeasureTool напечатанные шкалы были изме-

рены, результат измерения был усреднен. Результаты измерений каждой шкалы сравнивались со средними. Среднее и максимальное цветовые различия  $dE_{2000}$  между шкалами были использованы в качестве соответствующей оценки на следующем этапе эксперимента.

После печати и измерения матричные переменные, содержащие данные  $m$ ,  $n$ ,  $L^*$ ,  $a^*$ ,  $b^*$  каждого цветового патча для каждого бинара, были импортированы в Matlab, где они были обработаны с помощью специально написанных функций. Приближение касалось подгонки коэффициентов уравнений (2). Коэффициенты  $a_0$ ,  $b_0$  и  $L_0$  не подгонялись, поскольку они соответствуют координатам цвета непечатной бумаги. При наличии рецептура  $(m, n)$  выражалась в долях, что уменьшало порядок величин  $a_i$ ,  $b_i$  и  $L_i$  и позволяло минимизировать ошибку при их определении. Качество подгонки оценивалось как средняя разница  $dE_{2000}$  данных экспериментального протокола в сравнении со значениями, полученными в результате расчетов (2) для равных значений параметров  $(m, n)$ . Среднее значение ошибки не превышало 0,03 ед.  $dE_{2000}$ .

После того, как была определена явная форма функций (2), для каждой возможной пары рецептов  $(m, n)$  были вычислены разность цвета  $dE_{2000}$  по отношению к незапечатанной бумаге, а также к каждому двоичному файлу с полным двойным наложением. Чтобы объединить двоичный файл в одну переменную, было решено ввести новый фиктивный параметр  $p = m + n$ . В соответствии с законом Бера разность цвета по отношению к подложке имеет положительный градиент во всем диапазоне приращения параметра  $p$  при условии, что одна из переменных является фиксированной. Основываясь на этом свойстве градиционных поверхностей, мы полагаем, что наилучшим приближением градиционной траектории двойного наложения является кривая на поверхности, рецептура которой удовлетворяет условию (7). Эта кривая является геодезической на бинарной поверхности. В этом случае дискретность аргументов обеспечивает дискретность параметра  $p$  и, следовательно, то же самое для геодезической.

Чтобы получить геодезические, мы сначала ввели изолинии, соответствующие различным значениям константы  $p$  в диапазоне 0..510, следовательно, каждая изолиния может содержать 1..256 точек, связанных с различными  $(m, n)$  комбинациями. Несколько изолиний перпендикулярны направлению  $(0,0) \leftrightarrow (1,1)$  в плоскости рецептов  $(m, n)$ . Для каждой точки изолинии вычислена сумма цветовых различий с точкой, соответствующей непечатной подложке, и точкой, соответствующей полному двойному наложению. Среди всех этих сумм, соответствующих одному  $p$ , было найдено наименьшее значение (7). Рецепт  $(m_g, n_g)$ , соответствующий этой минимальной сумме в изолинии, определяет рецепт геодезического пересечения этой изолинии. Полный набор точек, найден-

ных таким алгоритмом, образует желаемую дискретную геодезическую, которая обеспечивает кратчайший путь от точки бумажно-белого цвета до точки полного окрашивания двух красителей. Таким образом, получены три дискретные геодезические, соответствующие трем двоичным файлам.

Следующей существенной проблемой, которая должна была быть решена, стал выбор критерия баланса серого. Мы уже констатировали очевидный факт, что тональная эквивалентность может быть достигнута либо в равной яркости ( $L$ ), либо в равной координате насыщенности  $C$  цветовой системы  $LCH$ . Поскольку у нас не было предварительного предложения о том, какая основа была предпочтительнее, мы изучили оба варианта. Кроме того, в дополнение к общему насыщению (среднеквадратическая сумма хроматических координат) мы также использовали модифицированную насыщенность ( $C_m$ ) в терминах уравнения  $dE_{2000}$  (уравнение (2)–(6), (9), (13), (19) и (22) в [19]), которая учитывает нелинейность пространства  $CIE Lab$ . Мы применили две различные модификации  $C_m$ , во-первых, прямой расчет и, во-вторых, обратную (вместо умножения и деления в уравнениях (5) и (22) в [19] мы применили обратные операции). При этом мы использовали критерий равной длины траектории ( $dl$ ). Для сравнения использовались  $CIE Lab$  координаты канала Black (K).

На каждой геодезической мы выбрали точки, соответствующие равным значениям выбранных критериев. Таким образом, для пяти различных критериев ( $L$ ,  $C$ ,  $C_m$  feat.1,  $C_m$  feat.2,  $dl$ ) мы получили пять таблиц сбалансированных рецептов серого цвета  $3 \times (m_i, n_i)$ , где  $i = R, G, B$  в соответствии с (8), которые были дополнительно пересчитаны в процентное содержание красителей для печати (СМУ) по уравнению (9). С учетом результатов были созданы, распечатаны и измерены таблицы проверочных испытаний.

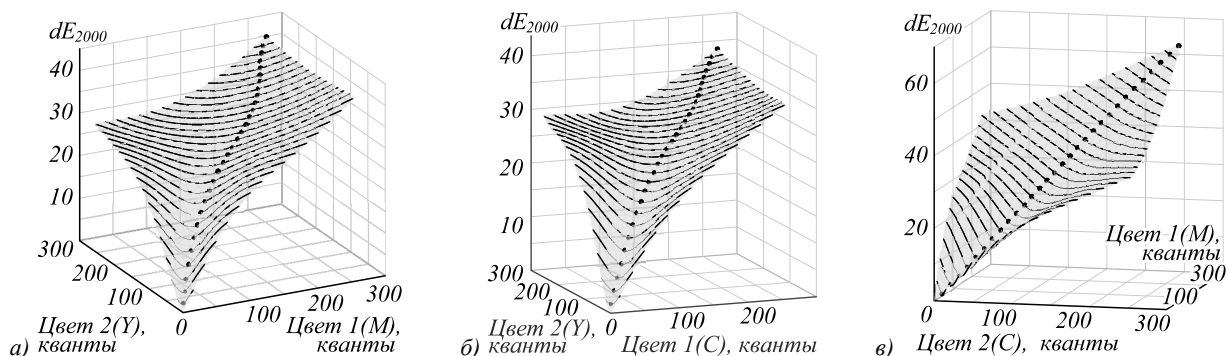


Рис. 4. Массивы кривых  $dE_{2000}$  с равными цветовыми различиями, где исходные красители выражены в цветовых квантах для бинаров Red (а), Green (б) и Blue (в) соответственно; пунктирные линии – траектории равных рецептов (геодезические)

Результаты применения различных критериев баланса серого приведены на рис. 5. Соответствующие различия в цвете (среднее и максимальное) по отношению к точке белого бумаги собраны в табл. 2. Как видно из рисунка, меньший разброс (см. Проекция плоскости  $a^* - b^*$ ) характеризует критерии равных  $C$  и  $dl$ . Данные таблицы подтверждают предпочтение

$$\begin{cases} C = \frac{C(G) + C(B)}{2}, \\ M = \frac{M(R) + M(B)}{2}, \\ Y = \frac{Y(R) + Y(G)}{2}. \end{cases} \quad (9)$$

#### 4. Результаты и обсуждение

Количественные оценки ошибок аппроксимации (см. (2)) приведены в табл. 1. Как видно из таблицы, максимальная разница существенно превышает средние значения. Такая значительная разница наблюдается только для нескольких полей в шкале. Мы связываем это с особенностями работы конкретной системы печати или перекрытием растровых структур в электрофотографии.

Результаты последовательного выполнения алгоритма (рис. 3) для каждого бинара отражены на рис. 4. На графиках изображена разность цветов  $dE_{2000}$  поверхностей по сравнению с  $(m, n)$  для трёх бинаров (RGB), выраженных в цветовых квантах. На эти поверхности накладываются изолинии постоянных  $p$  с шагом 15 квантов. Хорошо видно, что изолинии имеют экстремум (минимум), что свидетельствует о возможности проведения расчета геодезических по предлагаемому алгоритму. На рис. 4 геодезические показаны черными точками на каждой поверхности  $dE_{2000}$ .

Табл. 1. Ошибки аппроксимации (цветовое отличие  $dE_{2000}$ )

Бинар	R	G	B
$dE_{2000} \text{mean}$	0,027	0,026	0,027
$dE_{2000} \text{max}$	4,042	1,856	3,336

критерия  $C$  (в обратном расчёте). Визуальное сравнение тестовых шкал, напечатанных с использованием различных критериев баланса серого и наблюдаемых в специальной смотровой кабине с условиями освещения D50 [22], также подтвердили результаты расчетов. Таким образом, наилучшие результаты были показаны при применении критерия, равного  $C$ . В то



же время нет существенной разницы в том, какую формулу оценки  $C$  использовать. Несмотря на то, что критерий равной длины дуги даёт большее числовое значение цветовой разницы, визуально эта шкала оценивается как более нейтральная. Эта шкала желтоватая, поэтому оттенок менее различим по отношению к бумажно-белой точке. Напротив, равные шкалы  $C$  независимо от меньшей разницы в цвете кажутся красноватыми, что более заметно визуально.

Табл. 2. Цветовые различия  $dE_{2000}$  между балансом серого и точкой белого бумаги

Критерий баланса по серому	$dE_{2000mean}$	$dE_{2000max}$
$L^*a^*b^*$ черного (K)	1,316	2,207
Равные $L^*$	9,580	16,085
Равные $C$	4,475	6,897
Равные $Cm$ feat.1	5,749	9,863
Равные $Cm$ feat.2	3,835	5,479
Равные длины дуг ( $dl$ )	5,650	10,813

### Заключение

Цель данной работы – обсудить сложность градиционных инвариантов цветовых пространств (траектории и поверхности) и установить расширение дискретного подхода их вычислений к настройке баланса серого с учетом естественного квантования цвета в электрофотографических печатных системах.

Мы установили связь между двумя основными аппаратно-зависимыми цветовыми пространствами, учитывающими естественное цветовое квантование в цифровой печати. Мы выражаем основные цвета аддитивного синтеза цветов (R, G, B) как двойные наложения красителей субтрактивного синтеза цветов (C, M, Y), используя универсальное цветовое пространство CIE Lab для вычислений. Бинар определяется как градиционная поверхность двух красителей, которая «растянута» между их градиционными траекториями.

Наложение двух цветов в печатных формах в CIE Lab разделяет поверхность оттенков, среди которых может быть найдена линия довольно стабильного тона. Мы предлагаем использовать геодезические поверхности двойных наложений в качестве таких линий устойчивого тона. Они строятся между цветами подложки и полным двойным наложением.

Сами градиционные поверхности аналитически описываются достаточно сложно с привлечением аппарата дифференциальной геометрии и вычисления трехиндексных символов Кристоффеля. Однако в условиях естественной дискретизации цвета в системах цифровой печати эту сложность можно легко преодолеть, перейдя к простым дифференциальным вычислениям с использованием метрики разности цвета  $dE_{2000}$ . В работе предложена новая дискретная интерпретация вычислений градиционных поверхностей в терминах градиционных траекторий в пространстве CIE Lab и специально введенные цветовые кванты как выражение квантования цвета. Описаны градиционные

траектории бинаров как геодезические двух перекрывающихся поверхностей исходных красителей, а также метод их расчёта в дискретной форме.

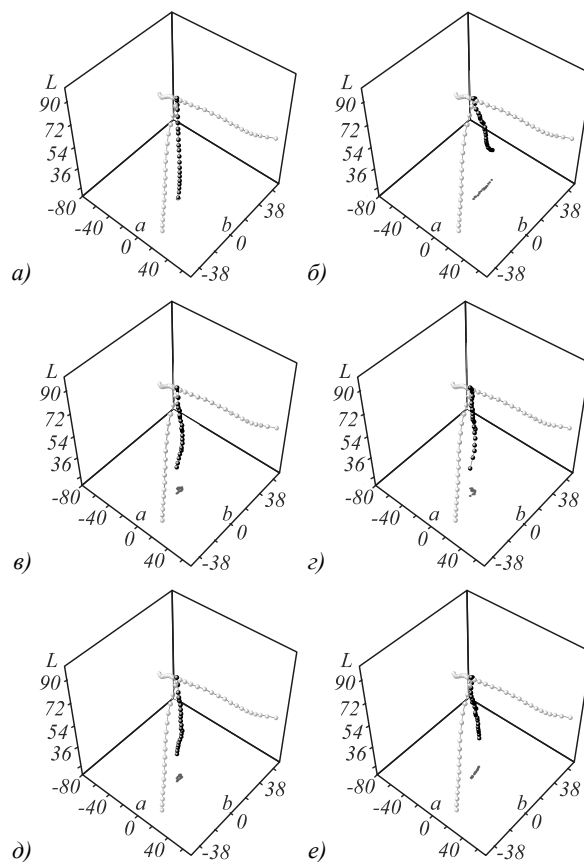


Рис. 5. Результаты применения различных критериев баланса по серому (черные сферы) в сравнении с геодезическими бинарами (серые сферы) и равными долями черного (K): (a) равные K, (b) равные  $L^*$ , (c) равные  $C$ , (d) равные  $Cm$  feat.1, (e) равные  $Cm$  feat.2, (f) равные длины дуг ( $dl$ ); точки – проекции на плоскость  $a^*b^*$

На основе рассчитанных геодезических можно сформулировать пять различных критериев баланса серого (CIE  $L^*$ , насыщенность CIE  $LCH$   $C$ , две измененные ( $dE_{2000}$ ) насыщенности и длина дуги траектории  $dl$ ). На основании выбранного критерия мы получили пять различных таблиц сбалансированных рецептов серого ( $m$ ,  $n$ ), которые были дополнительно пересчитаны в процентное соотношение красителей для печати (CMY). Наиболее полезным утвержденным критерием баланса серого является измененная насыщенность в терминах  $dE_{2000}$ .

Несмотря на то, что были получены определенные результаты, мы пока не можем с достаточной степенью уверенности рекомендовать использование того или иного критерия баланса серого. Предполагая значительное влияние конкретной системы печати, мы ожидаем, что наш подход для расчета баланса серого будет распространен на максимально возможное количество различных принтеров. В этом случае, объединив результаты нескольких исследований, можно будет сформулировать более точные рекомендации.

### Литература

1. **Bandyopadhyay, S.** Effect of gray component replacement on color reproduction / S. Bandyopadhyay, S. Mandal // PICS 2000: Image Processing, Image Quality, Image Capture, Systems Conference. – 2000. – P. 188-191.
2. **Lo, M.** Characterization models for multi-colored CMYKRGB printing process / M. Lo, R. Chiang // Proceedings of the Technical Association of the Graphic Arts (TAGA). – 1998. – P. 242-254.
3. **Spiridonov, I.** Study of the effect of gray component replacement level on reflectance spectra and color reproduction accuracy / I. Spiridonov, M. Shopova, R. Boeva // Proceedings of SPIE. – 2013. – Vol. 8770. – 87700W.
4. **Zeng, H.** Neutral gray adjustment in printer ICC profiles / H. Zeng // Proceedings of SPIE. – 2003. – Vol. 5008. – P. 341-348.
5. **Woolfe, G.** Optimal color spaces for balancing digital color images / G. Woolfe, K. Spaulding, E. Giorgianni // Final Program and Proceedings of the 11<sup>th</sup> Color and Imaging Conference. – 2003. – P. 66-70.
6. **Breede, M.H.** Testing the validity of measuring gray balance with the GATF Color Circle, grayness and hue error values / M.H. Breede // Proceedings of the Technical Association of the Graphic Arts (TAGA). – 2006. – P. 292-314.
7. **Hsieh, Y.-C.** The relationship between the chroma values of neutral gray and important print attributes / Y.-C. Hsieh, Y.-J. Wu // Proceedings of the Technical Association of the Graphic Arts (TAGA). – 2005. – P. 57-58.
8. **Rong, X.** 7 method for indigo press calibration and proofing / X. Rong // 24<sup>th</sup> International Conference on Digital Printing Technologies and Digital Fabrication. – 2008. – P. 603-606.
9. **Habekost, M.** G7 for every print device? / M. Habekost, V. Blum // Proceedings of the 67<sup>th</sup> Annual Technical Conference of the Technical Association of the Graphic Arts (TAGA). – 2015. – P. 204-221.
10. **Garg, N.P.** Calibrating the Yule-Nielsen modified spectral Neugebauer model with ink spreading curves derived from digitized RGB calibration patch images / N.P. Garg, A.K. Singla, R.D. Hersch // Journal of Imaging Science and Technology. – 2008. – Vol. 52, Issue 4. – 040908.
11. **Arney, J.S.** An expanded Murray-Davis model of tone reproduction in halftone imaging / J.S. Arney, P.G. Engeldrum, H. Zeng // Journal of Imaging Science and Technology. – 1995. – Vol. 39. – P. 502-508.
12. **Livens, S.** Optimisation of printer calibration in the case of multi density inks / S. Livens // Conference on Color in Graphics, Imaging, and Vision. – 2002. – P. 633-638.
13. **Chagas, L.** Color profile: methodology and influence on the performance of ink-jet color reproduction / L. Chagas, A. Blayo, P. Giraud // 2004 International Conference on Digital Printing Technologies. – 2004. – P. 655-659.
14. **Wu, Y.-J.** Reducing ink-jet ink consumption with RIP software for POP display media / Y.-J. Wu // Digital Fabrication and Digital Printing: NIP30 Technical Program and Proceedings. – 2014. – P. 108-111.
15. **Титова, М.Ю.** Градационные траектории: получение и анализ / М.Ю. Титова, О.Б. Мильдер, Д.А. Тарасов. – В кн.: Информация: передача, обработка, восприятие. Материалы международной научно-практической конференции / под ред. А.Г. Тягунова, А.П. Сергеева. – Екатеринбург: УрФУ, 2016. – С. 120-125.
16. **Milder, O.B.** Inkjet printers characterization using 3D gradation curves / O.B. Milder, D.A. Tarasov, M.Yu. Titova // CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1814. – P. 74-83.
17. **Milder, O.** Ink-jet printer's characterization by 3D gradation trajectories on an equidistant color difference basis / O. Milder, D. Tarasov. – In: Image and Video Technology / ed. by M. Paul, C. Hitoshi, Q. Huang. – Springer International Publishing AG, 2018. – P. 40-52.
18. **Тарасов, Д.А.** Градационные траектории как аналог градационных кривых в метрическом пространстве CIE Lab: дискретный подход / Д.А. Тарасов, О.Б. Мильдер // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 1. – С. 132-136.
19. **Sharma, G.** The CIEDE2000 color-difference formula: Implementation notes, supplementary test data, and mathematical observations / G. Sharma, W. Wu, E.N. Dalal // Color Research and Application. – 2005. – Vol. 30, Issue 1. – P. 21-30.
20. **Milder, O.** Gradation surfaces as a method for multi-color ink-jet printers color specifications management / O. Milder, D. Tarasov. – In: Image and Video Technology – 8<sup>th</sup> Pacific-Rim Symposium, PSIVT 2017, Revised Selected Papers. – Springer Verlag, 2018. – P. 53-61.
21. **Korn, G.A.** Mathematical handbook for scientists and engineers: Definitions, theorems, and formulas for reference and review / G.A. Korn, T.M. Korn. – Courier Corporation, 2000. – 1130 p.
22. **Sergeev, A.P.** Qualimetric researches of educational resources: Standardizing of light conditions in the light booth / A.P. Sergeev, D.A. Tarasov, S.Y. Arapov, S.P. Arapova // Procedia – Social and Behavioral Sciences. – 2015. – Vol. 174. – P. 1285-1291.

### Сведения об авторах

**Тарасов Дмитрий Александрович**, к.т.н., доцент Департамента радиоэлектроники и информационных технологий ИРИТ-РтФ УрФУ. Родился 31 октября 1975 г. В 1999 г. окончил Физико-технический факультет УГТУ-УПИ, специальность «Электроника и автоматика физических установок». После окончания вуза некоторое время работал в коммерческих структурах. С 2007 года по приглашению работает на кафедре полиграфии и веб-дизайна ИРИТ-РтФ УрФУ. Является соавтором более чем семидесяти научных работ, пяти учебных пособий, одной монографии, редактором нескольких сборников научных конференций. E-mail: [d.a.tarasov@urfu.ru](mailto:d.a.tarasov@urfu.ru).

**Мильдер Олег Борисович**, к.ф.-м.н., доцент Департамента радиоэлектроники и информационных технологий ИРИТ-РтФ УрФУ. Родился 11 августа 1973 г. В 1996 г. окончил Физико-технический факультет УГТУ-УПИ, специальность «Электроника и автоматика физических установок». После окончания вуза поступил в аспирантуру, защитил кандидатскую диссертацию и работал в вузе научным сотрудником в Лаборатории Мессбауэровской спектроскопии, а затем также доцентом на кафедре полиграфии и веб-дизайна. Является соавтором более чем семидесяти научных работ. E-mail: [milder@mail.ru](mailto:milder@mail.ru).

ГРНТИ: 60.31.03

Поступила в редакцию 08 июня 2019 г. Окончательный вариант – 24 октября 2019 г.

---

# Mathematics and practice of color space invariants by the example of determining the gray balance for a digital printing system

D.A. Tarasov<sup>1</sup>, O.B. Milder<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia

## Abstract

In modern printing, a large number of tasks are associated with the mutual transformation of color spaces. In particular, the most common pair of hardware-dependent color spaces is RGB and CMYK, the mutual transformation of colors in which is ambiguous, which creates significant problems in color reproduction. To solve this problem, we propose using color space invariants — gradation trajectories and gradation surfaces, which are analogs of gradation curves for initial colorants and their binary overlays, constructed in the absolute color space of the CIE Lab. Invariants are introduced on the basis of the mathematical apparatus of the differential geometry of spatial curves and surfaces. Practical application of color space invariants involves certain difficulties associated with their complex analytical description; moreover, for most practical problems, the high accuracy of the model is redundant. For the practical application of invariants, we propose a simpler approach using natural color sampling in digital printing systems. As an example, the procedure for determining the gray balance for an electrophotographic printing press is given.

**Keywords:** grey balance, gradation trajectories, gradation surfaces, digital printing.

**Citation:** Tarasov DA, Milder OB. Mathematics and practice of color space invariants by the example of determining the grey balance for a digital printing system. *Computer Optics* 2020; 44(1): 117-126. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-580.

## References

- [1] Bandyopadhyay S, Mandal S. Effect of gray component replacement on color reproduction. *Image Processing, Image Quality, Image Capture, Systems Conference 2000*: 188-191.
  - [2] Lo M, Chiang R. Characterization models for multi-colored CMYKRGB printing process. *Proc TAGA 1998*: 242-254.
  - [3] Spiridonov I, Shopova M, Boeva R. Study of the effect of gray component replacement level on reflectance spectra and color reproduction accuracy. *Proc SPIE 2013*; 8770: 8770W.
  - [4] Zeng H. Neutral gray adjustment in printer ICC profiles. *Proc SPIE 2003*; 5008: 341-348.
  - [5] Woolfe G, Spaulding K, Giorgianni E. Optimal color spaces for balancing digital color images. *Final Program and Proceedings of the 11<sup>th</sup> Color and Imaging Conference 2003*: 66-70.
  - [6] Breede MH. Testing the validity of measuring gray balance with the GATF Color Circle, grayness and hue error values. *Proc TAGA 2006*: 292-314.
  - [7] Hsieh Y-C, Wu Y-J. The relationship between the chroma values of neutral gray and important print attributes. *Proc TAGA 2005*: 57-58.
  - [8] Rong X. 7 method for indigo press calibration and proofing. *24<sup>th</sup> International Conference on Digital Printing Technologies and Digital Fabrication 2008*: 603-606.
  - [9] Habekost M, Blum V. G7 for every print device? *Proc TAGA 2015*: 204-221.
  - [10] Garg NP, Singla AK, Hersch RD. Calibrating the Yule-Nielsen modified spectral Neugebauer model with ink spreading curves derived from digitized RGB calibration patch images. *J Imag Sci Tech* 2008; 52(4): 040908.
  - [11] Arney JS, Engeldrum PG, Zeng H. An expanded Murray-Davis model of tone reproduction in halftone imaging. *J Imag Sci Tech* 1995; 39: 502-508.
  - [12] Livens S. Optimisation of printer calibration in the case of multi density inks. *Conf CGIV 2002*: 633-638.
  - [13] Chagas L, Blayo A, Giraud P. Color profile: methodology and influence on the performance of ink-jet color reproduction. *International Conference on Digital Printing Technologies 2004*: 655-659.
  - [14] Wu Y-J. Reducing ink-jet ink consumption with RIP software for POP display media. *Digital Fabrication and Digital Printing: NIP30 Technical Program and Proceedings 2014*: 108-111.
  - [15] Titova MYu, Milder OB, Tarasov DA. Determination of saturation bands set using LAB color system. In *Book: Information: transfer, processing, perception*. Ekaterinburg: UrFU Publisher; 2016: 120-125.
  - [16] Milder OB, Tarasov DA, Titova MYu. Inkjet printers characterization using 3D gradation curves. *CEUR Workshop Proceedings 2017*; 1814: 74-83.
  - [17] Milder O, Tarasov D. Ink-jet printer's characterization by 3D gradation trajectories on an equidistant color difference basis. In *Book: Paul M, Hitoshi C, Huang Q, eds. Image and Video Technology*. Springer International Publishing AG; 2018: 40-52.
  - [18] Tarasov DA, Milder OB. Gradation trajectories as an analog of gradation curves in the metric CIE Lab space: discrete approach. *Computer Optics* 2019; 43(1): 132-136.
  - [19] Sharma G, Wu W, Dalal EN. The CIEDE2000 color-difference formula: Implementation notes, supplementary test data, and mathematical observations. *Color Research and Application* 2005; 30(1): 21-30.
  - [20] Milder O, Tarasov D. Gradation surfaces as a method for multi-color ink-jet printers color specifications management. *Image and Video Technology (PSIVT 2017) 2018*: 53-61.
  - [21] Korn GA, Korn TM. *Mathematical handbook for scientists and engineers: Definitions, theorems, and formulas for reference and review*. Courier Corporation; 2000.
  - [22] Sergeev AP, Tarasov DA, Arapov SY, Arapova SP. Qualimetric researches of educational resources: Standard-
-

### ***Authors' information***

**Dmitry A. Tarasov**, an assistant professor of Radioelectronics and Information Technologies department IRIT-RtF, UrFU. He was born on October 31, 1975. In 1999 he graduated from Physical-Engineering faculty of the USTU-UI, specialty "Electronics and Automation of Physical facility". After graduation, he worked for some time in commercial structures. Since 2007, by invitation, he works of Printing Art and Web Design department, IRIT-RtF, UrFU. He is the co-author of more than fifty scientific works, five teaching aids, one monograph, the editor of collections of scientific conferences. E-mail: [d.a.tarasov@urfu.ru](mailto:d.a.tarasov@urfu.ru).

**Oleg B. Milder**, Candidate (PhD) in Physical and Mathematical Sciences, an assistant professor of Radioelectronics and Information Technologies department IRIT-RtF, Ural Federal University. He was born on August 11, 1973. In 1996 he graduated from the Physical-Engineering faculty of the USTU-UI, specialty " Electronics and Automation of Physical facility". After graduation, entered the postgraduate course, defended his thesis and worked at the university as a research fellow at the Laboratory of Mesbauer spectroscopy, and later as an assistant professor of Printing Art and Web Design department, IRIT-RtF, UrFU. He is the co-author of more than seventy scientific works. E-mail: [milder@mail.ru](mailto:milder@mail.ru).

---

*Received June 08, 2019. The final version – October 24, 2019.*

---